

INTERPRETATION SPECTRALE DES DONNEES FILTRES PAR DIFFERENCES SUCCESSIVES
 EXEMPLE D'APPLICATION SUR UNE SERIE DE MESURES PAR FLUORIMETRE EN CONTINU

Aliette THEVENOT et Frédéric IBANEZ

Station Marine de Villefranche sur Mer

Study of the fine spatial structure of plankton by spectral analysis enable the identification of a physical or a biological process. But the employment of this method requires conditions very often involving preliminary filtering of the data. We present here the variate difference filter, used when first order stationarity is not verified, and the following stage of recoloration of the spectrum. This technic is illustrated with a time-space series of chlorophyl and a series of temperature.

L'étude des structures spatiales planctoniques fines par l'analyse spectrale permet d'identifier un processus lié à une hypothèse physique ou biologique précise. Mais l'exigence des conditions d'application implique souvent la filtration préliminaire des données. Nous présentons ici le filtre des différences finies, employé lorsque la stationnarité d'ordre 1 n'est pas vérifiée et l'opération de recoloration du spectre qui s'ensuit. Cette technique est illustrée sur une série spatio-temporelle de chlorophylle et une série de température.

INTRODUCTION

La répartition spatiale du plancton dans la mer est caractérisée par une grande hétérogénéité, une structure en taches et des variations importantes dans le temps. L'étude de cette hétérogénéité nécessite un échantillonnage en continu simultané du plancton et des paramètres physiques et chimiques du milieu. A la suite de PLATT (1972), nombre d'auteurs emploient l'analyse spectrale pour dégager les principales caractéristiques des séries de données obtenues et tirer une information sur les échelles de temps et d'espace des variations physiques et biologiques dans l'écosystème pélagique.

Mais cette méthode pose des problèmes d'application car les séries échantillonnées dans la mer satisfont rarement les conditions requises pour l'analyse mathématique. En particulier, la série analysée doit être stationnaire.

Dans la réalité, et du fait même de l'hétérogénéité des structures en milieu marin, cette condition ne se trouve pas vérifiée.

Le calcul de la densité spectrale sur de telles séries aboutit à une concentration de l'énergie aux basses fréquences : il y a distortion des estimations du spectre, avec apparition également des harmoniques de ces mouvements longs aux fréquences plus élevées. Il convient donc, avant d'entamer tout calcul, d'isoler des blocs plus homogènes dans la série, et de procéder à une élimination de la tendance dans chacun des blocs. C'est cette deuxième partie que nous réalisons plus particulièrement avec le filtre des différences successives.

METHODE

Classiquement, on considère une série non stationnaire comme la somme d'une composante de tendance, $u(t)$ et d'une composante aléatoire stationnaire, $\varepsilon(t)$.

$$x(t) = u(t) + \varepsilon(t)$$

Pour étudier la composante stationnaire, il faut éliminer la tendance de la série originale. Ceci est réalisé par un filtre linéaire équivalent à la soustraction d'un polynôme de faible degré des observations originales. Le filtre que nous avons choisi est celui des différences successives, déjà employé par STEELE (1979) en particulier dans le domaine de l'océanographie. Il présente le double avantage d'être d'un emploi simple et le biais qu'il peut entraîner dans les calculs ultérieurs est relativement limité, DURBIN (1962). Soit la série $x(t)$, l'application du filtre donnera la nouvelle série $y(t)$, telle que :

$$y(t) = x(t) - x(t-1)$$

La notation couramment employée est $\Delta^p x(t)$, p étant l'ordre de la différence, c'est à dire le nombre de fois où une différence d'ordre 1 est appliquée successivement sur la série.

La série filtrée va pouvoir être l'objet d'une analyse spectrale. Le spectre $S_y(\omega)$ obtenu ne sera pas interprété car le filtre affecte aussi les résidus $\varepsilon(t)$: la densité spectrale $S_y(\omega)$ diffère systématiquement de la densité $S_\varepsilon(\omega)$ du processus $\varepsilon(t)$. Mais connaissant le gain $G(\omega)$ du filtre, on redresse aisément $S_y(\omega)$ en lui substituant l'estimation :

$$S_\varepsilon(\omega) = S_y(\omega) / G(\omega) \quad (1)$$

On peut donner $G(\omega)$ sous la forme :

$$G(\omega) = \sum_{h=0}^p a_h e^{i\omega t} \quad 2$$

en considérant que l'on peut également écrire l'équation du filtre comme suit :

$$y(t) = \Delta^p x(t) = \sum_{h=0}^p a_h x(t-h)$$

h étant le nombre de termes successifs dont la combinaison linéaire définit le filtre (MALINVAUD, 1978).

Dans le cas du filtre des différences finies, si $p = 1$

$$y(t) = x(t) - x(t-1) \quad a_0 = 1, a_1 = 1$$

$$G(\omega) = \frac{1 - e^{-i\omega}}{2} = 2(1 - \cos \omega)$$

L'application de la formule (1) constitue l'opération de recoloration du spectre.

RESULTATS ET DISCUSSION

La série de chlorophylle représentée en fig. (1) est un exemple tiré des données acquises en continu par le laboratoire de Physique et Chimie Marine de Villefranche sur Mer au cours de plusieurs campagnes de prospection (PROS III 1978, PROS IV 1979, PROLIG 1980) dans le bassin Liguro-Provençal.

La série originale (1a) a été filtrée par différences finies d'ordre 1 (fig. 1b). La figure 2 donne une représentation du gain du filtre des différences d'ordre 1 d'après JENKINS et WATTS 1968 p. 9. On constate que le filtre atténue considérablement les basses fréquences et la recoloration compense cet effet. Il est à noter que pour $\omega = 0$, (période infinie), le gain est nul, et $S(0)$ ne peut être calculé.

La figure 3 représente le spectre non recoloré (a) et recoloré (b) en divisant $S_y(\omega)$ par le gain du filtre à chaque fréquence. Le spectre est figuré en échelle logarithmique afin de permettre son interprétation. En effet, les premiers calculs de spectre théorique pour la répartition du plancton (DEMAN 1977) sont fondés sur la théorie physique de KOLMOGOROV (1941) de la dissipation de l'énergie en $\omega^{-5/3}$ dans des conditions de turbulence isotropique, ω étant la fréquence spatiale.

Si ces conditions sont vérifiées on doit observer un spectre de température de pente $-5/3$ en échelle logarithmique. La comparaison de ce spectre avec celui relatif à la chlorophylle doit indiquer dans quelle mesure le phytoplancton se comporte comme un élément passif vis à vis des phénomènes physiques.

Le spectre présenté ici en exemple a une pente de -1.19 , significativement différente de $-5/3$, on ne peut donc retenir le modèle de turbulence tridimensionnelle. D'autre part, la pente du spectre de chlorophylle est de -2.29 et donc très différente de celle du spectre de température. Il semble délicat de se ramener au vu de nos résultats à un modèle simple de structure phyto-

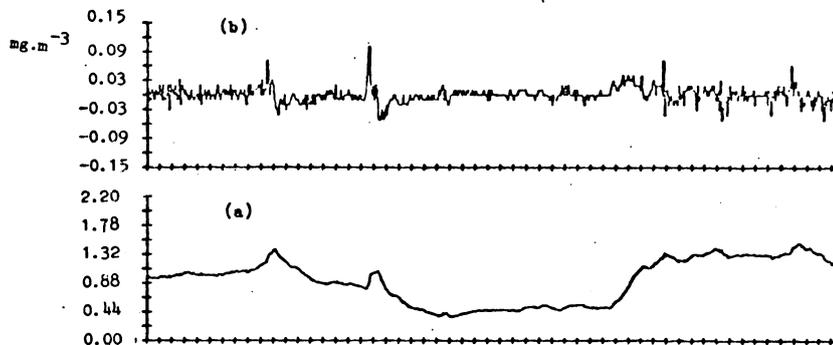


Figure 1 : série de chlorophylle (516 données). En abscisse, un tiret toutes les 10 données (environ 500m). (a) : série originale, (b) : série filtrée

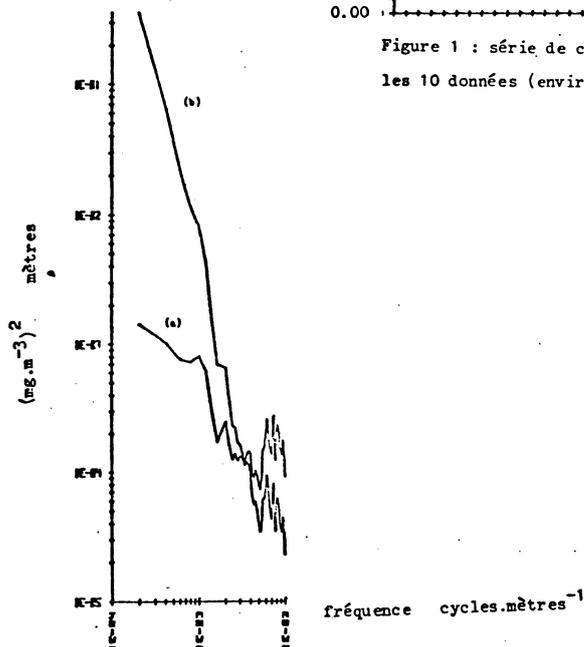


Figure 3 : Spectre en échelle spatiale de la chlorophylle (a) : avant recoloration, (b) : après recoloration
Pente du spectre recoloré = -2.29

Time-Domain and Frequency-Domain Descriptions

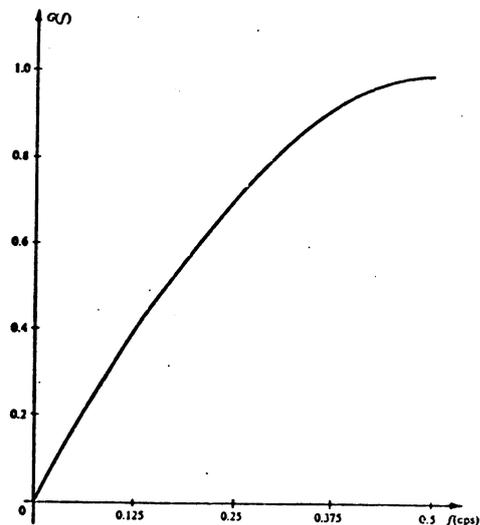


Figure 2 : fonction gain du filtre des différences d'ordre 1, d'après JENKINS et WATTS (1968)

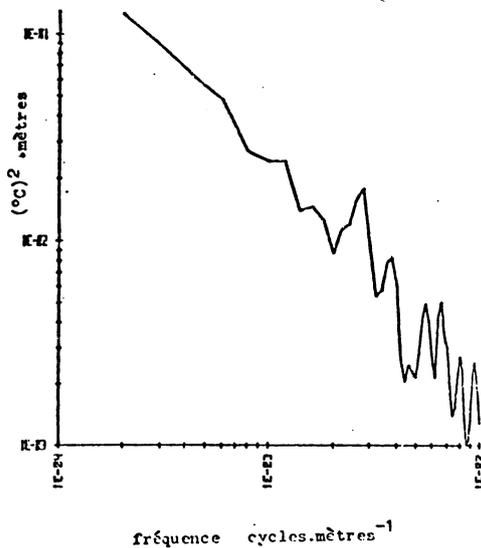


Figure 4 : Spectre de la température de surface échantillonnée simultanément à la série de chlorophylle présentée en figure 1. Le spectre a été recoloré. La pente en échelle logarithmique est de -1.19. On ne peut retenir le modèle de turbulence isotropique de KOIMOGOROV.

planctoniques, le contexte physique étant lui-même certainement plus complexe qu'une simple situation de turbulence isotrophique.

L'interprétation des spectres en écologie planctonique nécessite une somme d'analyses dans lesquelles la part des facteurs physiques et chimiques de l'environnement est très importante. Certes, pour obtenir des spectres interprétables, il faut que ceux-ci ne soient pas déformés par le non respect des conditions requises pour l'analyse spectrale, notamment la stationnarité. Mais cependant, l'élimination de la tendance ne doit pas aboutir à une représentation spectrale différente de celle du processus initial ; la procédure de recoloration permet de corriger cet artefact dans le cadre du filtre des différences successives.

Cette mise au point préalable nous permet d'envisager une étude du processus qui ne peut cependant s'appuyer sur un seul spectre. Il convient en effet de comparer les spectres des séries de différentes radiales, d'isoler dans des radiales les blocs plus homogènes, correspondant à une certaine unité physique, et de procéder également à des études interparamètre avant de tirer une véritable interprétation des résultats, tout d'abord dans un contexte descriptif et pouvant aboutir par la suite à l'élaboration de modèles prévisionnels.

DENMAN K., A. OKUBO et T. PLATT, 1977. The chlorophyll fluctuation spectrum in the sea. *Limnol. oceanogr.*, 22 : 1033 - 1038.

DURBIN, 1962. Trend elimination by moving average and variate difference filters. *Bull. Inst. Nat. des Stat. (33ème session Paris)*, 39 : 131 - 141.

JENKINS et WATTS, 1968. *Spectral analysis and its applications*. Holden Day. San Francisco.

KOLMOGOROV, 1941. (en russe). The local structure of turbulence in an incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers. *Dokl. Akad. Nauk. SSSR*, 30 : 299 - 303.

MALINVAUD, 1978. *Méthodes statistiques de l'économétrie*. Dunod.

PLATT T., 1972. Local phytoplankton abundance and turbulence. *Deep Sea Res.*

STEELE J.H., 1979. Spatial patterns in North Sea plankton. *Deep Sea Res.*, 26 A : 955 - 963.

